مجلة الإحياء، المجلد 24، العدد: 35، سبتمبر 2024، ص - ص: 305 - 320
الترقيم الدولي: 1112-4350 الترقيم الدولي الإلكتروني: 2588-2406

أنواع وتسميات علم الحساب في التقليد الرياضي العربي

Types and nomenclature of calculus in the Arab mathematical tradition

د/ وسيلة غرابة

GHERABA Ouassila

كلية العلوم - جامعة الدكتور يحيى فارس - المدية

مخبر الإبستمولوجيا وتاريخ الرياضيات بالمدرسة العليا للأساتذة - القبة

o.gheraba@yahoo.fr

تاريخ الإرسال: 2023/05/05 تاريخ القبول: 2024/04/16

الملخص:

يهدف هذا البحث الى تحديد الأنواع والتسميات المتعلقة بعلم الحساب في التقليد الرياضي العربي، وذلك بالإستعانة بمختلف المصادر والمؤلفات التاريخية في ميدان الرياضيات والحساب وتصانيف العلوم العربية، وقد تم التوصل إلى تقسيم الأنواع والمصطلحات المستخدمة في علم الحساب حسب الفترات التاريخية ومحتوى كل نوع ومنطقة تداولها. تنوعت المصطلحات والأنواع بين حساب اليد والعرب والروم، حساب العقود، الحساب المفتوح، الجمع والتفريق، الحساب الهوائي، الحساب الهندي، حساب التخت، حساب التخت والتراب، حساب التخت والميل، حساب الغبار، حساب المعاملات. سنحاول في هذا المقال تحديد المشترك منها في المفهوم مع إلقاء الضوء على معنى ومحتوى وأصل كل نوع من أشكال الحساب العربي، وهو ما يساعدنا على تحديد فترات كتابة رسائل ومخطوطات الحساب مجهولة المؤلف، المصدر والمنطقة.

الكلمات المفتاحية: حساب اليد؛ حساب مفتوح وهوائي؛ حساب هندي؛ جمع وتفريق؛ حساب معاملات.

Abstract:

This research aims to identify types and nomenclatures related to the science of arithmetic in Arab mathematical tradition. For this purpose, we use various sources and historical literature in the field of mathematics, arithmetic and classifications of Arabic sciences. Terms and types of calculus varied between ḥisāb al-yad, al-ʿarab, al-rūm, ḥisāb al-ʿuqūd, al-ḥisāb al-maftūh, al-jamʿe wa al-tafrīq, al-hawaʾī, al-ḥisāb al-hindī, ḥisāb al-takht, al-takht wa al-turāb, ḥisāb al-takht wa al-mayl, ḥisāb al-ghubār. In this article, we will try to identify the common ones in the concept, while shedding light on the meaning, content, and origin of each type of Arabic account, which helps us to define periods of writing treatises and manuscripts of the account whose author, source, and region are unknown.

Key words: Ḥisāb al-yad; al- ḥisāb al-maftūh wa al-hawaʾī; al-ḥisāb al-hindī; al-jamʿe wa al-tafrīq; ḥisāb muʿāmalāt.

مقدّمة:

الحساب الذهني والحساب الهندي هما النوعان الرئيسيان المستخدمان في الحساب العربي. تخلط الدراسات الحديثة في علم الحساب العربي بين أنواع وتسميات علم الحساب من جهة وأركان وأسس الحساب العربي من جهة أخرى، حدث ذلك لارتباط المفهومين بعضهما ببعض فتدمجهما كموضوع لعلم الحساب العربي. سنحاول في هذه المقالة الفصل بين هذين الموضوعين من خلال دراسة منفصلة ومحصورة فقط لتسميات وأنواع علم الحساب، وهذا من دون الدخول في أركان وأسس الحساب العربي المتعلقة بنظام العد، تمثيل الأرقام، العمليات الحسابية، خوارزميات حل المسائل، نظرية الأعداد.

تُدرج الكتب المعاصرة والتي تدرس الحساب في التقليد الرياضي العربي المسميات: حساب اليد، حساب العرب، حساب الروم، حساب العقود، الحساب المفتوح، الجمع والتفريق، والحساب الذهني والهوائي تحت عنوان حساب اليد. أما المسميات: الحساب الهندي، وما يرتبط بها من مصطلحات التخت، التراب، الرمل، الغبار، الميل، قلم الغبار، رشوم الغبار تحت عنوان الحساب الهندي.

ولكن إلى أي مدى يمكن الفصل بين هذه الأنواع ؟ وهل حقا كل هذه المصطلحات وردت في كتب الحساب في التقليد الرياضي العربي؟ وما هو المقياس المعتمد للفصل بين هذه الأنواع؟ وهل بقيت هذه الأنواع منفصلة على طول العصور؟ وهل كانت كل هذه المصطلحات موجودة دفعة واحدة ومتزامنة ومتداولة في منطقة جغراقية واحدة، أم دخلت تدريجيا مع الزمن ومتناولة في كل مناطق العالم الإسلامي، وما هو أصلها ومصدرها؟ كيف تساعدنا المصطلحات المرتبطة بتسميات الحساب في تحديد الفترات التاريخية والمناطق الجغرافية التي تداولت مثل هذه المصنفات، خصوصا بالنسبة لمخطوطات الحساب مجهولة المؤلف، أو لمصنَّف مغمور، أو حتّى لعالم مشهور لا يمكن تحديد الفترة التي كان حيا فيها أو تأكيد نسبة تأليف له؟.

1. أنواع وتسميات الحساب في التقليد الرياضي العربي

حساب اليد: أول ما أُستعمل في الحساب في التقليد الرياضي العربي ما يُعرف بحساب اليد، التسمية حساب اليد ظهرت على عناوين كتب تناولت هذا النوع من الحساب مثل **كتاب الحساب بلا تخت بل باليد** لأبي القاسم الأنطاكي (ت.376 هـ/986م) (القفطي، 2005، صفحة 180)، ونجدها أيضا داخل كتاب **فيما يحتاج إليه الكتاب والعمال وغيرهم من علم الحساب** لأبي الوفا البوزجاني (348 -388 هـ/959-998 م) والمعروف باسم **المنازل السبعة** والمكرّس لحساب اليد، وفي كتاب **التكملة في الحساب** لعبد القاهر البغدادي (ق. 4هـ/10 م) الذي تناول فيه عدة أنواع من الحساب حيث يفرد النوع الرابع من كتابه لحساب اليد.

لم تُذكر في الكتابين الأخيرين التقنية أو الأوضاع الخاصة بطي الأصابع في عملية الحسابات في أي موضع، وعلى ما يبدو فإنّ الكتب الحسابية الخاصة بهذا النوع من الحساب تذكر الطرق الذهنية والإختصارية للحساب بدون ذكر طريقة عقد الأصابع، ربّما لأنّها دارجة ومعروفة لدى العامة وأصحاب الصناعة والتجارة. يستخدم حساب اليد طي وعقد الأصابع، ولهذا سُمي أيضا بالعقد الحسابي بالأصابع، أو حساب العقود، فنجد هذه التسميات ظاهرة على عناوين مؤلفات مثل **أرجوزة في حساب العقود** لمحمد بن حرب الحلبي (ت581 هـ/1185 م)، **تشنيف السامع في علم حساب الأصابع** لمحمد بن طولون الصالحي (ت. 953 ه/1546م)، نجد طريقة العقد الأصبعي وتقنياته خصوصا في كتب الفقهاء.

نظام عقد الأصابع كان معروفا متداولا شائعا عند العرب قبل الإسلام، وكان كذلك عند الأنباط والتدمريين قبلهم (السامرائي، 2001، ص 49). وقد وصلت معرفته إلى النبي صلعم بحكم شيوع استعماله قبل الإسلام، وذُكر في ذلك روايات عن صفة عقد الأصابع عند التشهد الأخير في الصلاة، فقد روي عن وائل ابن حجر أنّ الرسول صلعم عقد ذلك على 23، وفي رواية ابن عمر أنّه عقد على 53 (مجهول، صفحة 7ظ)، وهو ما يدل على أنّه كان مستعملا ودارجا لدى العامة من الناس، فلتقريب الفهم مثّلوا الأعداد بعقد الأصابع.

بقيت طريقة عقد الأصابع مستخدمة إلى أزمنة متأخرة، وهو ما تدل عليه تواريخ تأليف كتب وأراجيز في موضوعها، فنجدها في الكتاب الحسابي لابن الملك الدمشقي (ق. 10-11هـ/16-17م) **الاسعاف الأتم بحساب القلم**، حيث يذكر في زمانه وهو القرن العاشر هجري عن اصطلاح أهل الحجاز في التجارة أن البائع والمشتري والدلال يشيرون بالأصابع داخل أكمامهم. ويتحدث أيضا عن الإصطلاح القديم الذي عليه أهل الهند وفرقهم والمدون في كتب الفقه، ويذكر فيه طريقة العقد نثريا ويختم الفصل بأرجوزة عن عقد الأصابع (ابن الملك الدمشقي، الاسعاف الأتم بحساب القلم، ص 117-119)، ظهرت تسمية حساب اليد إلى جانب حساب العرب وحساب الروم في كتاب **الفصول في الحساب الهندي** للأقليديسي (ق. 4هـ/10م) فهو يقول ".... فإني نقلت جميع حساب الروم والعرب، ممّا عُمل باليد، فصيّرته بذلك أعم من كل حساب الهند وموجودا فيه جميع ما يحتاج إليه" (الأقليديسي، 1984، ص 48).

أمّا عن أصول هذا الحساب وكيف وصل إلى العرب فغير معلوم، فقول الأقليديسي أنه حساب العرب وحساب الروم، وقول ابن الملك الدمشقي أن هناك اصطلاح قديم عليه أهل الهند وفرقهم في طي الأصابع، لا يدل على أي أصلٍ عربي أو بيزنطي أو رومي أو هندي، لكن يدل على أنه كان متداولا عند العرب وعند البيزنطيين وعلى قول ابن الملك الدمشقي فيبدو أيضا أنه كان متداولا عند الهنود.

عقد الأصابع هو في الحقيقة تمثيل للأرقام وفي نفس الوقت طريقة للحساب، يتميز باستخدام اليدين والذهن معا، ما ينتج عنه ملكة للحفظ ولكن له مساوىء، منها اشتغال القلب وبالتالي تعجز اليد عن الحساب في حالة الأعداد الكبيرة والعمليات الكثيرة، وهو ما يشير إليه الأقليديسي في مقارنة بين الحساب الهندي وحساب اليد في مؤلفه **الفصول في الحساب الهندي** (الأقليديسي، 1984، ص 48)، لا يشتمل حساب اليد على أيّ رموز حسابية، فالعدد يُنطق ويُكتب لفظيا، يتركب من آحاد وعشرات ومئات وألوف وهي المراتب، وكل مرتبة تتركب من واحد أو اثنين أو ثلاثة إلى التسعة وهذه هي العقود، وقد سميت عقودا لأن الحاسب إن لم يكن لديه طريقة رمزية للدلالة على الأعداد لجأ الى الدلالة عليها بعقد أصابع يديه عقودا، وأكبر عدد ممكن تشغله اليدين معا هو 9999، لهذا ربما نجد أن تسميات المراتب في الحساب العربي أربعة هي آحاد وعشرات ومئات وألوف، وبقية المراتب هي تكرار لألفاظ هذه المراتب.

أمّا بالنسبة للعمليات في حساب اليد؛ لا يدرج الحاسب عمليتي الجمع والطرح، ويسلك الطرق الاختصارية للضرب والقسمة بحيث يستخدم جمع وضرب الرتب والعقود، كما تتعلق القسمة في المجمل بالكسور التي تحتل مكانة وحيز هام من كتب الحساب لارتباطها بالفرائض، بالنسبة لعملية التجذير لا يمكن للحاسب إجرائها باليد.

لا يكرّس أبو الوفا البوزجاني في كتابه **المنازل السبعة** أي باب من المنازل السبعة لعمليتي الجمع والطرح والتجذير، في حين أنّه يفرد باباً من المنزلة الثانية للطرق الإختصارية للضرب والقسمة، ويجري الحسابات على الأعداد بكتابتها لفظيا ويستخدم نظام العد العشري والستيني، بالنسبة لعملية الضرب فهو

يعرّفها من المقالة السابعة لكتاب **الأصول** لأوقليدس ومن كتاب **المدخل إلى علم العدد** لنيقوماخس الجيراسيني، أنّه تضعيف أحد العددين بقدر ما في الآخر من الآحاد، أمّا عملية القسمة فهو يقول أنّه لا أحد من المتقدمين ذكرها، وأكثر ما قالوا فيها أنها عكس الضرب، فعرّفها فقال: "أما القسمة على قياس أوقليدس ونيقوماخس هي تفريق أحد العددين بقدر ما في الآخر من الآحاد"، ثم وبعد ذكر أمثلة يقول "فقد تبين مما ذكرناه أن القسمة هي عكس الضرب، فمن عرف معنى القسمة على ما ذكرناه وقف على قسمة الكسور على الكسور وعلى غيره، فإن أكثر الناس يتحيرون في هذا الموضع" (البوزجاني، 1971، ص 124، 126)، ولتبسيط العمليات في الأعداد الكبيرة التي لا يستطيع الحاسب إجرائها باليد يقترح أبو الوفا تمثيل العملية والأرقام لفظيا.

في كتاب **التكملة في الحساب** في النوع الرابع من حساب اليد، يُعرّف البغدادي الضرب بذكر ضرب المنازل والمراتب وعدّدها حسب عدد مراتب الأعداد المضروبة، أمّا عملية القسمة فيقول "إن أردت أن تقسم عددا على عدد أقل منه، فأسقط من العدد المقسوم ما فيه من أمثال المقسوم عليه ..." (البغدادي، 1985، ص 166، 172). أي أن القسمة تنتج بواسطة الطرح والنقصان المتتابع للقاسم من العدد المقسوم، ويذكر الطرق الاختصارية للضرب والقسمة ولا يذكر فصلا للجمع والطرح، وهو يحسب التجذير ذهنيا، بالإضافة إلى ذلك فهو يذكر مجاميع الأعداد الطبيعية والأعداد الزوجية والأعداد الفردية ومربعات ومكعبات الأعداد الطبيعية، ويدرج في هذا النوع تضعيف الأعداد وتضعيف بيوت الشطرنج.

يمكن أن نستنتج أن عملية القسمة في حساب اليد كانت تجرى بواسطة الطرح المتتابع للقاسم من المقسوم، وكانت تطرح مشكلا في حساب قسمة الكسور، إذ لا يمكن أن نطرح طرحا متتابعا لكسور من الكسور، لهذا أعطى أبو الوفا تعريفا جديدا حسب ترجمات الكتب اليونانية.

أمّا عن مواضيع ومسائل كتب حساب اليد، فهي نفسها المطروحة في كتب الحساب الأخرى والموجودة في عصر تناولها، فمن خلال كتاب أبو الوفا البوزجاني **فيما يحتاج إليه الكتّاب من علم الحساب** فهو يعالج كل المواضيع المتعلقة بمعاملات الحياة اليومية للناس العاديين ولفئة الصنّاع ولعلماء الفلك ولعمال الدواوين وللتجار ولمسّاحي الأراضي، لهذا لا يدرس فيه خواص الأعداد التي كرّس لها كتابين منفصلين الأول هو **كتاب المدخل إلى الأرثماطيقي**، والثاني **كتاب تفسير كتاب ذيوفنطس في الجبر.**

كان حساب اليد في البداية يشمل حساب العقود أي عقد الأصابع والحساب الذهني للعمليات، لكن مع الزمن وتدريجيا يبدو أنّهما أصبحا فصلين منفصلين، وهو ما نجده في تصنيف طاشكبرى زاده (ت. 968 ه/1561م) للعلوم في كتابه **مفتاح السعادة ومصباح السيادة** حيث يعتبر حساب العقود والحساب الهوائي فرعين منفصلين من فروع الحساب (طاشكبري زاده، 1985، ص 371-372).

الجمع والتفريق: يظهر مصطلح "الجمع والتفريق" في عناوين كتب يذكرها المفهرسون مثل ابن النديم (ت. 384هـ/994 م) في كتابه **الفهرست** حيث ينسب **كتاب الجمع والتفريق** كعنوان كتب لعدة مؤلفين، منهم أبو كامل (3هـ/9م)، سنان ابن الفتح (ق. 3-4 هـ/9-10 م.)، أحمد بن محمد الحاسب (ابن النديم، ق. 4 ه/10م، الصفحات 339-340)، كما ينسب عبد القاهر البغدادي في كتابه **التكملة** كتابا لمحمد بن موسى الخوارزمي (3هـ/9م) باسم **الجمع والتفريق** (البغدادي، 1985، ص 273، 275)، هذه الكتب مفقودة، وصل كتاب الخوازمي للعصر الحديث مترجمًا إلى اللاتينية بعنوان **الزيادة والانقاص** *Liber augmenti et diminutionis* (رشدي، 2010، ص 50-51).

بإلقاء نظرة على تسميات كتب الرياضيات من كتاب **الفهرست** لابن النديم، نلاحظ أن أغلب من كتبوا في الجمع والتفريق عاشوا بين القرنين التاسع والعاشر الميلاديين، وأنّ مجمل تسميات الكتب تُعبّر وتحصُر وتُخصّص المحتوى والمسائل والمادة التي تدرسها هذه المؤلفات، فمثلا ينسب ابن النديم لسنان ابن الفتح كتاب **التخت في الحساب الهندي** فهي في الحساب الهندي، **كتاب الجمع والتفريق، كتاب شرح الجمع والتفريق** في الجمع والتفريق، **كتاب الوصايا** في الوصايا، وينسب لسند بن علي(3ه/9م) الكتب التالية: **كتاب المنفصلات والمتوسطات، كتاب القواطع، كتاب الحساب الهندي، كتاب الجمع والتفريق، كتاب الجبر والمقابلة**، وللخوارزمي **كتاب حساب المكعبات، كتاب شرح الجبر والمقابلة** (ابن النديم، ق. 4هـ/10م، ص 339-340)، وتنسب له المصادر كتاب آخر في الحساب هو **الحساب الهندي.**

فكل تسمية للكتب تدل وتحصر المادة التي تدرسها، ويمكن تخمين ما تحويه مواضيعها إلّا بعض الكتب القليلة جدا لا تعبر تسميتها عن ما فيها، لاحقا وابتداء من القرن العاشر ميلادي نلاحظ أن هذه الميزة تتغير، فمثلا في كتاب أبو الوفا الذي يدرس حساب اليد عنوانه **فيما يحتاج إليه الكتّاب من علم الحساب** لا يدل على أي نوع من الحساب يقصد، الكرجي (نهاية القرن 4 وبداية القرن 5الهجريين/القرن 10 وبداية القرن 11 الميلاديين) مثلا أسماء كتبه **الفخري، البديع، الكافي في علم الحساب،** السموؤل (ت. 570هـ/ 1174 م) **التبصرة في علم الحساب، القوامي في الحساب.**

من هذه المعاينة نستنتج أنّ أسماء الكتب التي ذكرناها بين القرنين التاسع والعاشر الميلاديين تدل على ما فيها وتفصلها عن مواضيع الكتب الأخرى، وبملاحظة أنّ للخوارزمي وسنان بن الفتح والسند بن علي مؤلفات في نوعي الحساب الهندي والجمع والتفريق، نستنتج أنّ حساب الجمع والتفريق يختلف عن الحساب الهندي، وبقراءة أخرى لعناوين كتب الرياضيات في كتاب **الفهرست** لابن النديم، نلاحظ أنّ كتب حساب الجمع والتفريق تختفي من عناوين كتب لمعاصري ابن النديم لصالح كتب في مجملها تحمل عنوان الحساب الهندي، ومن أصول كاتبي مصنفات في الجمع والتفريق نستنتج أنّه كان متداولا في مناطق العراق وفارس، وأيضا مصر فأبو كامل المصري له مؤلف في هذا الصنف من الحساب.

في جانب آخر وفي نفس السياق، رُبطت عبارة الجمع والتفريق مع الحساب الهندي في قول ابن سينا (ت. 427هـ/7-1038م) في كتابه **الشفاء** إذ يقول: "وقد بقي في علم الحساب ما يغني في الاستعمال والاستخراج، وهو في العمل مثل الجبر والمقابلة، والجمع والتفريق الهندي وما يجري مجراها" (ابن سينا، 1975، ص 69)، يبدو لأول وهلة عند قراءة عبارة "الجمع والتفريق الهندي" أن الجمع والتفريق هو من الحساب الهندي، ولكن يمكن أن يحمل قوله على عمليات الجمع والتفريق في الحساب الهندي.

يمكن أن نستنتج أن حساب الجمع والتفريق في التقليد الرياضي العربي هو نوع من الحساب يختلف عن الحساب الهندي وسابق له، كان متداولا على الأقل في النصف الأول من القرن التاسع ميلادي في مناطق عدة في الشرق الإسلامي ثم اختفى أو ادمج مع كتب الحساب الأخرى في العصور اللاحقة، وأنه يقوم على عمليتي الجمع والتفريق.

الجمع في اللغة العربية جَمَع بمعنى جمع الشيء عن تفرقة وهي بمعنى الضم والإضافة، أما التفريق في اللغة بمعنى التوزيع والنشر والتقسيم، ضده الجمع والضم. أما معناهما في الحساب فيمكن أن نفهمه من خلال ابن خلدون (ت. 808 هـ/1406م) في كتابه **العبر وديوان المبتدأ والخبر** والمعروف بالاسم **مقدمة ابن خلدون** في تعريفه لفروع علم العدد وسمّاه صناعة الحساب، فهو يقول: "ومن فروع علم العدد صناعة الحساب، وهي صناعة عملية في حساب الأعداد بالضم والتفريق، فالضم يكون في

الأعداد بالأفراد وهو الجمع، وبالتضعيف بأن تضاعف عددا بآحاد عدد آخر وهذا هو الضرب. والتفريق أيضا يكون في الأعداد إما بالأفراد مثل إزالة عدد من عدد ومعرفة الباقي وهو الطرح، أو تفصيل عدد بأجزاء متساوية تكون عدتها محصلة وهو القسمة" (ابن خلدون، 2004، ص 254).

فالجمع هو ضم المقادير بعضها الى بعض جمعا أو ضربا، وأما التفريق في الحساب هو عمليتي الطرح والقسمة، ومن هذا التعريف يمكن أن نستنتج في معنى الضرب والقسمة في حساب الجمع والتفريق أنه مثل معنييهما في حساب اليد أي الضرب هو التضعيف، والقسمة هو الطرح المتتابع.

أمّا عن محتوى هذا النوع من الحساب، يعالج كتاب الخوارزمي المترجم إلى اللاتينية **الجمع والتفريق** بشكل خاص الجمع والضرب من جهة والطرح والقسمة من جهة أخرى للأعداد وللتعابير الجبرية من الدرجتين الأولى والثانية، ويعالج مجاميع المتواليات الحسابية ومسائل في الضرائب والصيرفة وهي المسائل التي عالجتها كتب الحساب والحساب العملي التي كانت متداولة في الشرق الأدنى في ذلك العصر (رشدي، 2010، ص 50-51)، ويذكر ابن طاهر البغدادي كتاب الخوارزمي **الجمع والتفريق** في **التكملة في الحساب** في مثال يحسب فيه الزكاة بحساب ذهني (البغدادي، 1985، ص 273، 275).

فحساب الجمع والتفريق يتمايز عن حساب اليد أنه يستخدم العمليات الأربع في الحساب وإن كان من ضمن طرق الحساب "الحساب الذهني"، بالإضافة إلى ذلك فهو يستخدم التعابير الجبرية الوليدة في ذلك الوقت.

الجمع والتفريق هو نوع آخر من الحساب يختلف عن حساب اليد وإن كان أقرب إليه ويختلف عن الحساب الهندي، تم تداوله بين النصف الأول من القرن التاسع والقرن العاشر ميلاديين في مناطق الشرق الإسلامي، ثم أدمج لاحقا في كتب الحساب أو تم التخلي عنه في القرون اللاحقة، وما يميزه هو استخدام العمليات الأربع في الحساب ويوجد فيه من الحساب ما يُجرى ذهنيا وفيه شيء من التعابير الجبرية وحل مسائل الحساب مثلما تختص به عادة كتب الحساب بشكل عام.

الحساب الهندي: صُنّفت عدة كتب في الحساب الهندي، وتُعرف من خلال عناوينها أو من خلال ما تحويه داخلها، وارتبطت بمصطلحات أخرى هي: التخت، الميل، التراب، الغبار، الرمل، وكلّها تدل على هذا الحساب. التخت يرمز إلى اللوح ويمكن أن يُعوض بصحيفة، والميل هو عبارة عن أداة للمحو، أما التراب والغبار والرمل فهو ما يُرش على اللوح لتشكيل الأرقام بالأصابع أو أي أداة أخرى ويمحى بواسطة الميل. عُرف الحساب الهندي في منطقة الفرات في القرن السابع للميلاد، ذكره سفيروي سبوخت عالم بالرياضيات والفلسفة والفلك، كان أسقفا في دير كِنشر على نهر الفرات، وبحكم إقامته في هذه المنطقة فقد كان عالما بالمعارف البابلية واليونانية والهندية، وقد سخر من كون اليونانيين مفتخرين بمعارفهم بنص له كتبه في 662 م، ويُعبر فيه عن إعجابه بالطرق الحسابية للهندوس مقارنة مع اليونان والبابلين (Ifrah, 2000, pp. 386-388).

من أوائل المؤلفات في هذا الحساب ووصلت العصر الحديث **الفصول في الحساب الهندي** للأقليديسي (ق.10 م)، وقبله كان كتاب الخوارزمي **الحساب الهندي** وهو مفقود في صيغته العربية منذ زمن، وما يعرف عن هذا الكتاب يعود الى فترة متأخرة ويتعلق بالتقليد الحسابي الذي أحدثه، كما يتعلق بالكتابات اللاتينية التي كان له الفضل في إثارتها، ومن بين الرياضيين اللذين ينتمون الى هذا التقليد الحسابي ووصلت كتبهم كوشيار بن لبان (النصف الثاني من القرن 4هـ/10م) وعبد القاهر البغدادي (ت.1037 م) والنسوي (ت.1147 م) (رشدي، 2010، ص 50).

في منطقة الغرب الإسلامي أول كتيب معروف تم نشره في نوع الحساب الهندي كتاب أبو سهل القيرواني(ق. 3ه/9 م) بعنوان **كتاب في الحساب الهندي**. وكما يشير العنوان بوضوح فهناك استئناف للنظام العشري الموضعي الهندي يصاحبه الخوارزميات الحسابية، أي هو مادة كتاب الخوارزمي (ت. 850 م) والذي يحمل نفس العنوان ونشر في بغداد قبل 833 م (Djebbar, 2016, p. 2).

عرّف ابن الأكفاني (ت.749هـ/1348م) في كتابه **إرشاد الطالب إلى أسنى المقاصد** علم حساب التخت والميل بأنه: "علم يتعرف منه كيفية مزاولة الأعمال الحسابية برقوم تدل على الآحاد وتغني عمّا بعدها من المراتب وهذه الرقوم التسعة منسوبة إلى الهند، ومنفعته تسهيل الأعمال الحسابية وسرعتها خصوصا الفلكية" (ابن الأكفاني السنجاري، 1322 هـ، ص 123). إذن ما يتميز به الحساب الهندي هو استخدام عشرة رموز فقط للتعبير على كامل الأعداد، نظامه عشري منازلي موضعي، يمكن إجراء وبطرق عديدة جميع العمليات الأربع التي يكون ترتيبها أولا الجمع ثم الطرح ثم الضرب ثم القسمة ثم حساب الجذر، تسهل به الأعمال الحسابية.

أغلب كتب الحساب الهندي لا تحوي نظرية الأعداد وخواصّه، ذُكر الجزء الخاص بجمع المتتاليات الحسابية ومربعاتها ومكعباتها بشكل خاص في مجمل كتب الحساب الهندي في منطقة الغرب الإسلامي وهي خاصية تميّزها عن كتب الحساب في الشرق الإسلامي.

ما يميز الحساب الهندي هو التمثيل الصوري لأرقامه الطبيعية وتمثيل صوري لعمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة والتجذير وهي على عدة طرق خاصة بالنسبة لعملية الضرب، هذا التمثيل ذا منشا هندي، لاحقا وفي إطار التقليد الرياضي العربي كان هناك ترميز وتمثيل أيضا للكسور وللجذر لهذا النوع من الحساب.

سمح الحساب الهندي باستخدام الكسور بمفهومها العام واعتبار القسمة (البسط فيها أكبر من المقام) والنسبة (البسط فيها أقل المقام وتسمى أيضا التسمية) مفهوم واحد، إلّا أنّ الحسّاب العرب احتفظوا بتقنيتهم الخاصة بإبدال الكسر بتركيب عدة كسور بسطها أقل من مقامها، وأحيانا محاولة تقريب الكسور التي تلفظ بالجزئية إلى كسور مُنطقة عربية، نتج عن ذلك ما يسمى باختصار لفظ الكسور كباب من أبواب الكسور، وهو ما يذكره ابن الهيثم (ت. بعد 1040م) في كتابه **حساب المعاملات** حيث يقول: "وقد جرت العادة في المعاملات أنه إذا أُنهى الحساب الى كسر غير منطق أن تُعدّل وتُنطق به على التقريب"(ابن الهيثم، ت.بعد 1040م، ص 184 ظ).

لا يعني أنّ كل ما ذكر في كتب الحساب الهندي أصلُه هندي، فهناك مواضيع أخرى أدخلها الرياضيون في إطار التقليد الرياضي العربي، مثل نظرية الأعداد التي تعتبر من الموروث اليوناني وذكرت في كتب الحساب الهندي، ومواضيع أخرى طوّرت، وإسهامات أخرى أصيلة مثل استخدام الكسور العشرية.

يبدو أنّ الأقليديسي أول من كتب حول الكسور العشرية في العام 952 م، فلقد أدخل أكثر من أربعة عشر كسرا عشريا، وقد وسّع استخدام الكسور العشرية إلى أجزاء العشرة على غرار معالجة أجزاء الستين في النظام الستيني (سعيدان، 2005، ص 451).

لم تقتصر الأعداد العشرية على الكسور فقط، فلقد امتد ذلك إلى حساب الجذور الصمّاء وتقريبها بالأعداد العشرية بعدما كان مقتصرا فقط على الجذور التربيعية في النظام الستيني في الكتب الهندية، في

حين مُدّدت تلك الحسابات إلى الأجزاء العشرية وإلى الجذور النونية في التقليد الرياضي العربي، وقد كان ذلك خصوصا بمساعدة كل من الجبر العربي المنشأ وهندسة أرشميدس.

تحوي بعض كتب الحساب الهندي على الحساب التجريدي، حيث تتضمن التعاريف والعمليات الحسابية فقط دون ذكر المسائل، منها **الفصول في الحساب الهندي** للأقليدسي الذي لا يذكر فيه المسائل إلّا مسألة واحدة في المعاملات، حافظ على هذا التقليد كوشيار ابن لبان الجيلي(النصف الثاني من القرن العاشر الميلادي) في **أصول حساب الهند** (الجيلي، ق.10 م)، ونجده أيضا في **التبصرة في علم الحساب** للسموؤل المغربي (السموؤل المغربي، ت.570هـ/1174 م)، **جوامع الحساب بالتخت والتراب** لنصير الدين الطوسي (الطوسي، ت. 673 هـ/1274 م)، **فصول كافية في حساب التخت والميل** لأمين الدين الأبهري (الأبهري، ت. 733 هـ/1336م).

نجد هذا النوع من التأليف يخص بالدرجة الأولى المهتمين بعلم الفلك، حيث يكون الإهتمام مركّز على الأعداد العشرية خاصة الحذور التربيعية والتكعيبية والنونية، ويقدم الرياضيون فيه خوارزميات الحساب في النظام العشري وفي النظام الستيني، فعملهم موجه بخاصة إلى الفلكيين، وهذا النوع من التأليف ساهم في تطوير الرياضيات النظرية خاصة بعد ولادة الجبر واستخدام الأدوات الجبرية في الحساب.

الصنف الأخر هو الذي ينتمي إلى الرياضيات العملية ويحوي على المسائل، كَتب في هذا النوع من المؤلفات عبد القاهر البغدادي في **التكملة في الحساب**، اسحاق بن يوسف الصردفي في **كتاب مختصر الهندي** (الصردفي، ت.500 هـ/1107م)، ابن الياسمين (ت. 601 هـ/5-1204 م) في **تلقيح الأفكار في العمل برشوم الغبار** (زمولي، 1993)، أبو بكر الحصّار(ق. 6هـ/12 م) في كتاب **البيان والتذكار في صنعة عمل الغبار** (الحصّار، البيان والتذكار في صنعة عمل الغبار، ق. 6هـ/12م)، وهي كتب موجهة إلى الفرضيين والصنّاع وأصحاب الدواوين والتجّار، وهي كتب مستخدمة في المعاملات وكل ما يهم الفرد العادي وأجهزة الدولة، وهذا النوع من كتب الحساب الهندي، مثلها مثل كتب الحساب الأخرى تختلف عنها في كيفية إجراء العمليات وفي تمثيل الأعداد ولا تختلف في المسائل المعالجة، لكنّها سهلت كثيرا عمل الحسَّاب واختصرت الوقت والجهد.

الحساب المفتوح: تظهر كلمة "المفتوح" كمصطلح في كتب الحساب، ويبدو ذلك قبل أن يصبح إسما لنوع من الحساب، حيث يظهر مقترنا كمفهوم رياضي عكسه الأصّم (الجذور أو الأضلاع الصمّاء) وهو ما نجده مثلا في كتاب **الفصول** للأقليديسي حيث يقول: "ونتبع ذلك باستخراج ضلع المكعب، جليله ودقيقه، المفتوح منه والأصّم" (الأقليديسي، 1984، ص 50)، وفي قول أبو كامل (ت. 930 م) في كتابه **كتاب في الجبر والمقابلة:** "فان انقسم ما بلغ منه بقسمين يكون لكل واحد منهما جذر، فإنّ المسألة مفتوحة ويخرج لها من الصوابات ما لا يحصى، فان لم ينقسم ما بلغ منه بقسمين لكل واحد منهما جذر فإن المسألة صمّاء" (أبو كامل، 1986، ص 179)، وفي قول عبد القاهر البغدادي في كتابه **التكملة**: "في إخراج جذر كسر مفتوح الجذر، الكسر المفتوح جذره هو الذي له جذر منطق، ولمخرجه أيضا جذر مُنطق.."، ويقول في موضع آخر:" ومتى قسمت ما جذره مفتوح على ما جذره مفتوح، فالخارج من القسمة جذره مفتوح، وإن قسمت مفتوح الجذر على أصم الجذر، فالخارج من القسمة جذره أصم.." (البغدادي، 1985، ص 134، 203).

وعليه يمكن أن نستنتج أن مصطلح المفتوح هو مفهوم خاص ومرتبط بالأعداد الناطقة التي تسمّى في التقليد الرياضي العربي الصّحاح والكسور، من دون الأعداد الصمَّاء الخاصة بالجذور وغيرها من الأضلاع غير التامّة، ومع الوقت أصبح نوع من الحساب يسمّى الحساب المفتوح.

يظهر مصطلح "المفتوح" كنوع من أنواع الحساب في كتاب ابن خلكان (608-681هـ/1211-1282م) **وفيات الأعيان وأنباء أبناء الزمان**، وهذا في معرض تعداده للعلوم التي يجيدها كمال ابن يونس(ت. 629هـ/1242م)، يقول: "وكان ابن يونس يدري في كل فن في المنطق والطب، وفنون الرياضيات من اقليدس والهيئة والمخروطات والمجسطي، ويعرف أنواع الحساب: المفتوح منه والجبر والمقابلة والأرتماطيقي وطريق الخطأين والموسيقى والمساحة، واستخرج في علم الأوفاق طرقا لم يهتد إليها أحد وكان يبحث في العربية والتصريف بحثا تاما مستوفى" (ابن خلكان، 1977، ص 311-312، 316-317)، فابن خلكان يصنّف ضمنيا أنواع الحساب في القرن السابع الهجري/الثالث عشر الميلادي، وهي: الحساب المفتوح، حساب الجبر والمقابلة، الأرثماطيقي، طريق الخطأين، الموسيقى، حساب المساحة، وعلم الأوفاق.

هذا التقسيم لعلوم الحساب في القرن الثالث عشر الميلادي وربّما كان في القرن الذي قبله، نجده أيضا عند ابن فلوس (593-637هـ/1196-1239م) في كتابه **أعداد الأسرار في أسرار الأعداد** يقول: "هذا الفن (علم العدد) من فنون الحساب هو معرفة ذوات الأعداد من حيث هي وما عداه من فنون الحساب معرفة لواحقه، أمّا علم المفتوح فهو معرفة الضرب والقسمة والنسبة وذلك يعرض للعدد، وعلم الجبر والمقابلة هو معرفة استخراج المجهولات وذلك يعرض للعدد أعني كونه مجهولا، وعلم المساحة هو تقدير الأشكال الممسوحة وذلك يعرض للعدد بوقوعه في أشكال ممسوحة، وعلم الوفق هو معرفة تنزيل الأشكال الموافقة وذلك يعرض للعدد، وفن الدور والوصايا... وباقي طرق استخراج المسائل المجهولة من الخطأين.." (المارديني، كتاب أعداد الأسرار في أسرار الأعداد، ت. 637هـ/1239م، ص 16).

ذُكر الحساب المفتوح كنوع من أنواع الحساب عند ابن الأكفاني (ت.749هـ) في كتابه **إرشاد الطالب إلى أسنى المقاصد**، حيث يعتبره كعلم من علوم الحساب فكرته العدد المعلوم المجرد، ويعرفه أنه:"علم يتعرف منه كيفية مزاولة الأعداد لاستخراج المعلومات الحسابية من الجمع والتفريق والتناسب، ومنفعته ضبط المعلومات، وحفظ الأموال، وقضاء الديون، وقسمة التركات، ويحتاج اليه في العلوم الفلكية، وفي المساحة والطب، ويحتاج اليه في سائر العلوم، وبالجملة فلا يستغني عنه ملك ولا سوقة" (ابن الأكفاني السنجاري، 1322هـ، ص 122-123).

لابن فلوس كتاب مخصّص للحساب المفتوح بعنوان **إرشاد الحسّاب في المفتوح من علم الحساب**، ومن خلال مقدمته ومواضيع كتابه يمكن تمييز هذا النوع من الحساب، فهو يقول "أما المقدمة، اعلم أن موضوع هذا العلم هو العدد من حيث تركيبه وتحليله، ومبادئه هي الأصول الموضوعة للضرب والقسمة، ومسائله في الجزئيات المسؤول عنها في هذه الثلاثة، وغايته حصول ملكة للإنسان توجب له سرعة الجواب في مسائل الحساب على وجه الصحة والصواب" (المارديني، إرشاد الحسّاب في المفتوح من علم الحساب، ت. 637هـ/1239م، صفحة 35 و).

الحساب المفتوح يتعلق إذن بالأعداد الناطقة الموجبة المسمّاة صحاح وكسور في الرياضيات العربية والعمليات عليها، ولا تدخل ضمن هذا النوع من الحساب الجذور من أي رتبة كانت، يعتمد على ملكة الحفظ ويستخدم الذهن والطرق الإختصارية للضرب والقسمة والنسبة، لا يذكر فيها الجمع والطرح

ولا تستخدم فيها اليد للحساب، بالنسبة لخوارزميات حل المسائل تعتمد كتب الحساب المفتوح بشكل أساسي على مخارج الكسور لحل مسائل الفرائض، وتسخدم خواص القسمة وهي الطرح المتتالي لإيجاد الأعداد المضمرة، وعلى النسبة في حل مسائل المعاملات وفي بعض الكتب تضاف إليها طريقة الخطأين التي يبدو أنها أُدمجت لاحقا في كتب الحساب المفتوح، كما أننّا لا نجد في هذا النوع من مؤلفات الحساب المفتوح نظرية الأعداد.

من ناحية التطور لهذا الحساب مقارنة بحساب اليد في فترة أبو الوفا وكتابه **المنازل السبعة** و**التكملة** فهناك تطور كبير، فنجد في مقدمة كتب الحساب المفتوح تعريفات لمراتب وأسماء وعقود العدد مثلها مثل كتب الحساب الهندي دون تمثيل العدد بأرقام، بالنسبة لمراتب العدد الأساسية هي أربعة آحاد وعشرات ومئات وألوف وهي ناتجة من المراتب في حساب اليد، ونلاحظ زيادة في عدد قواعد الطرق الإختصارية في العمليات، كما تَدرج هذه الكتب موازين الأعمال التي تُذكر عادة في كتب الحساب الهندي، كما نلاحظ اختلاف في نوعية المسائل وعددها وميادينها التي تشعبت مع الزمن ودخول موروثات أخرى من حضارات أخرى نسبة إلى كتب حساب اليد في القرن العاشر الميلادي.

الحساب الهوائي: ظهر هذا المصطلح في مؤلفين منسوبين لأبي القاسم ابن السمح الغرناطي (ت. 426هـ/1035م) أحدهما بعنوان **الكامل في الحساب الهوائي**، الآخر بعنوان: **الكافي في الحساب الهوائي** (حاجي، ت. 1068ه/1657م، صفحة 1377، 1381)، الكتاب الأخير حدث خلط في التسمية بينه وبين كتاب الزنجاني **رسالة كافية في علم الحساب**، فقد نُسب كتاب الزنجاني إلى ابن سمح، نجد هذا الخلط في فهرست مكتبة برلين (فهرس مكتبة برلين، صفحة 351) ثم انتقل إلى مكتبة الأسكوريال بإسبانيا (الزنجاني، ت.660 هـ/1262 م، ص 1).

ينسب ابن خلدون كتابا في المعاملات إلى ابن السمح، وابن خلدون المتوفي في بدايات القرن الخامس عشر وكان فيه مصطلح "الهوائي" موجودا لم يأت على ذكر المصطلح في أي موضع من الفصل الحادي والعشرين من كتابه **المقدمة** المخصّص للعلوم العددية، كما ينسب ابن الأكفاني (ت.749هـ) في كتابه **إرشاد الطالب إلى أسنى المقاصد** كتاب **الكامل** لابي القاسم بن السمح في نوع الحساب المفتوح (ابن الأكفاني السنجاري، 1322 هـ، ص 123)، فعلى الأرجح أن كتابي ابن السمح عنوانهما إما **الكامل في الحساب** و **الكافي في الحساب** أو **الكامل** و**الكافي**، ونتج الخطأ من النساخ أو المفهرسين فأضافوا إلى تسميتي الكتابين عبارة "في الحساب الهوائي" لأن محتوى الكتابين في الحساب الذهني، فأضافوا إليه هذه التسمية التي كانت تدل في زمانهم على الحساب الهوائي، نفس التسميات نجدها أيضا في كتاب الزنجاني **رسالة كافية في علم الحساب** والمسماة عند المفهرسين **رسالة كافية في علم الحساب الهوائي**، و**المعونة** لابن هائم والمسماة عند المفهرسين **المعونة في الحساب الهوائي**.

ظهر مصطلح الحساب الهوائي في مؤلفات الشرق الإسلامي عند أثير الدين الأبهري (ت. 663هـ/ 1264م) في كتابه **الاحتساب في علم الحساب** أفرد فيه الفن الثاني من القسم الأول من الكتاب وسمّاه "في كيفية الحساب الهوائي" ويشتمل على 11فصلا (النقشبندي وظمياء، 1980، ص 10). وظهر كعنوان لرسالة علي بن عمر نجم الدين الكاتبي القزويني (600-675هـ/1203-1276م) المعروف بنجم الدين دبيران **رسالة في الحساب الهوائي** (الكاتبي القزويني، 675 هـ-1276م)، كما نجد هذا المصطلح لاحقا في كتاب **اللباب في الحساب** لعماد الدين يحيى بن أحمد الكاشي (ق. 8هـ/ 14م) الذي يشرح ويقابل فيه بين الحساب الهوائي وحساب الحساب الهندي، وقد اعتبره صالح زكي[1] الكتاب الأول من نوعه في الشرق الذي تضمن

تعبير الهوائي واستعماله (طوقان، 2018، ص 380-381)، وكما أشرنا فإن هذا غير صحيح، ربما يكون الكاشي أول من مايز بين الحسابين الهوائي والهندي في مؤلف.

كما اعتبر طاشكبرى زاده (ت. 968 هـ) الحساب الهوائي كنوع قائم بذاته من علم الحساب في كتابه **مفتاح السعادة ومصباح السيادة فس موضوعات العلوم** (طاشكبري زاده، 1985، ص 371-372)، ونُظمت في الحساب الهوائي أراجيز وهو ما نجده عند عز الدين أحمد بن ابراهيم أبو البركات الكناني العسقلاني (ت. 876هـ/1471م) المسماة **منظومة في الحساب الهوائي** (السيوطي، ت. 911هـ/1505م، ص 32)، ولقد بقي الحساب الهوائي مستخدما في زمان متأخر حيث ألّف محمد أبو عياشة (1263-1335هـ/1847-1917م) من مصر كتاب بعنوان **تقريب النائي في الحساب الهوائي** (البيومي الدمنهوري، 1416 هـ، ص 12).

محتوى كتب الحساب الهوائي هو نفسه محتوى كتب الحساب المفتوح، فنجد الأعداد تذكر لفظيا، تستخدم ملكة الحفظ لإجراء العمليات، توجد فصول لعمليات الضرب والقسمة والنسبة فقط وطرقهما الإختصارية، المسائل تحل بنفس الطريقة.

ولكن ما يميز الحساب الهوائي عن الحساب المفتوح أنه يحتوي على نظرية الأعداد، حيث نجد ذكر لخواص الأعداد في بداية كتب الحساب الهوائي جنبا إلى جنب مع تعريف مراتب الأعداد، كما يوجد فصول خاصة بالأعداد الشكلية مرفقة بجداول تشكيلها بطريقة توافيقية، كما ادخل فصل في حساب الجذور بطريقة ذهنية.

ابتداء من القرن الثامن الهجري/الرابع عشر الميلادي، وبعد تطور في نظرية تفكيك الأعداد الطبيعية، ادمجت فصول لحساب الجذور التكعيبية والتربيعية والعمليات عليها، حيث أصبح ممكنا بالإضافة إلى الطرق الإختصارية والمتطابقات الشهيرة التي تحسب الجذور التربيعية ذهنيا، استخدام طريقة أخرى وهي تحليل العدد إلى عوامله الأولية، استخدمت هذه النتيجة لغرضين الأول استخراج الجذر في حالة كانت الأسس زوجية في تحليل الأعداد وذلك بتنصيف هذه الأسس، الغرض الثاني تمييز بين الجذور الناطقة والجذور الصمّاء في حالة كانت الأسس فردية في تحليل العدد، وفي هذه الحالة يستخدم طرق التقريب وهو ما نجده عند شهاب الدين ابن هائم (ت.815 هـ) في كتابه **المعونة** (ابن هائم، ت.815 هـ، ص 160و، 99 و).

الحساب الهوائي هو وريث الحساب المفتوح، بداياته كانت في النصف الثاني من القرن السابع الهجري/ الثالث عشر الميلادي، ولعلّه ظهر كمصطلح أولا في مناطق ما يسمّى بعراق فارس ثم في المناطق الفارسية وفي المناطق العثمانية، في حين بقي مصطلح الحساب المفتوح دارجا في مناطق الشرق الإسلامي في جزء من العراق وفي الشام وفي مصر لفترة، مع الوقت انتشر مصطلح الحساب الهوائي وأصبح شائعا في القرون اللاحقة في بلاد الشرق الإسلامي وطغى بقوة على كتب الحساب حتى على كتب الحساب الهندي، نجد عبارة الحساب الهوائي في كتب المفهرسين أحيانا ضمن عنوان الكتاب وأحيانا للدلالة والتعبير على نوع هذا الحساب.

حساب المعاملات: التسميات السابقة هي تسميات للحساب في منطقة الشرق الإسلامي باستثناء الحساب الهندي، فما هي تسميات الحساب في منطقة الغرب الإسلامي؟

ذكر صاعد الأندلسي (419-462هـ/1029-1070م) في كتابه **كتاب طبقات الأمم** ثلاث طبقات من الحسّاب في الغرب الإسلامي اهتمت بالفرائض والفلك والمعاملات وعلم العدد، الطبقة الثانية جاءت بعد فتنة كبيرة في الأندلس أُنهيت فيها الخلافة الأموية وتشكلت فترة الإمارات في الأندلس.

قال صاعد قي ذكر حسابِيَين في الأندلس: "أبو القاسم أحمد بن محمد المعروف بالطنبري كان معلما بعلم العدد وله كتاب في المعاملات، وأبو القاسم مَسلمة بن أحمد المجريطي (ت.398 ه/1007م) له كتاب **في تمام علم العدد** وهو في المعنى المعروف في عصرنا بالمعاملات"(صاعد الأندلسي، 1912، ص 67-69)، وفي الطبقة الثالثة التي ذكرها صاعد واهتمت بالحساب وهم تلاميذ المجريطي، ذكر: "القاسم أَصبَغ بن محمد بن السمح (ت. 426هـ/1035م) وله **كتاب ثمار العدد** في المعاملات و**كتاب طبيعة العدد،** وأبو مسلم عمرو بن أحمد بن خلدون (ت. 458 هـ/1065م)، وأبو الحسن علي بن سليمان الزهراوي (ت.431هـ/1039م) له كتاب في المعاملات" (صاعد الأندلسي، 1912، ص 69-71)، الكتاب الأخير هو **كتاب مبادئ المعاملات بطريق البرهان**.

قد تم ذكر آخر الرياضيين الثلاثة من قبل ابن خلدون، وذكر أنهم كتبوا كتبا في المعاملات ويبدو أنها قد بقيت دارجة لمدة طويلة في الغرب الإسلامي، كما يذكر ابن خلدون أن المعاملات فرع من فروع الحساب (ابن خلدون، 2004، ص 253، 256).

إذن على ما يبدو أنه في فترة صاعد الأندلسي مع بداية القرن الخامس الهجري/الحادي عشر الميلادي كانت تسمى كتب الحساب بحساب المعاملات، وقبل هذا القرن على الأرجح أنّ علم الحساب كان يسمّى علم العدد ويتناول كلا الحسابين نفس المواضيع والمحتوى، وهو ما يمكن أن نستشفه من مختلف عناوين الكتب الواردة على لسان صاعد الأندلسي.

حساب المعاملات هو أيضا تسمية للحساب في مصر في القرن الخامس الهجري/الحادي عشر الميلادي وهو ما يدل عليه عنوان رسالة **حساب المعاملات** لابن الهيثم (ت. بعد 1040م).

بالنسبة للمحتوى الرياضي لهذا النوع من الحساب يمكن أن نستنتجه من أقوال مفهرسين ومؤلفين وكذا من محتوى كتاب ابن الهيثم، حيث ينسب حاجي خليفة في كتابه **كشف الظنون** وهو من المفهرسين الحديثين، كتابين في الحساب لأبي القاسم ابن السمح الغرناطي أحدهما بعنوان **الكامل في الحساب الهوائي،** الآخر بعنوان **الكافي في الحساب الهوائي** (حاجي، ت. 1068هـ/1657م، ص 1377، 1381)، كما ينسب ابن الأكفاني في كتابه **إرشاد الطالب إلى أسنى المقاصد** كتاب **الكامل** لأبي القاسم بن السمح في نوع الحساب المفتوح الذي يعرّفه أنه يستخدم الصور الخيالية للأرقام أي الذهنية، ويقول عن كتب الحساب المفتوح: "ومن الكتب المختصرة فيه مختصر لابن مجلي الموصلي، ومختصر لابن فلوس المارديني، ومختصر للسموؤل بن يحيى المغربي، ومن المتوسطة **الكافي** للكرخي، ومن المبسوطة **الكامل** لأبي القاسم بن السمح، وبرهن على سائر أبوابه بالبراهين العددية السموؤل المغربي" (ابن الأكفاني السنجاري، 1322 هـ، ص 122-123).

فمحتوى كتب حساب المعاملات إذن هي مثل محتوى كتاب **الكافي في علم الحساب** للكرجي (ت. 1029م) المصنف حساب يد، كتاب ابن فلوس **إرشاد الحسّاب في المفتوح من علم الحساب** المصنف ضمن الحساب المفتوح، ومثل كتاب ابن السمح **الكامل** المصنف حساب هوائي حسب رأي حاجي خليفة.

بقيت تسمية حساب المعاملات لكتب الحساب في منطقة الغرب الإسلامي حتى زمان ابن خلدون (808هـ/ 1406م) أي القرن الثامن الهجري/ الرابع عشر الميلادي، حيث يقول عن حساب المعاملات:

"وهو تصريف الحساب في معاملات المدن في البياعات والزكوات وسائر ما يعرض فيه العدد من المعاملات، والحساب يكون فيها على المجهول والمعلوم والكسر والصحيح والجذور وغيرها، والغرض من تكثير المسائل المفروضة فيها حصول المران والدربة بتكرار العمل حتى ترسخ الملكة في صناعة الحساب" (ابن خلدون، 2004، ص 252-256).

إذن، اختلفت التسميات لعلم الحساب في الشرق الإسلامي عبر الزمن بين حساب اليد والحساب المفتوح والحساب الهوائي، في حين بقيت تسمية حساب المعاملات في الغرب الإسلامي نفسها لهذه الأنواع من الحساب، أمّا في مصر على ما يبدو أنّها كانت تسمّى حساب المعاملات ثم أصبحت التسمية لهذا النوع من الحساب حساب مفتوح فابن الأكفاني كان مقيما في مصر.

المحتوى الرياضي لحساب المعاملات نجده من خلال رسالة **حساب المعاملات** لابن الهيثم حيث يقول: "أصول هذه الصناعة وهي الموسومة بحساب المعاملات ينقسم ثلاثة أقسام هي النسبة الضرب والقسمة" (ابن الهيثم، ت.بعد 1040م، ص 178 ظ)، وبعد تفصيله في هذه الأصول يقول: "ومسائل المعاملات كلّها ترجع إلى أصل واحد، وهو أربعة أعداد متناسبة ثلاثة منها مفروضة، وواحد معلوم وهو المطلوب المجهول، فالثلاثة هي الثمن والمثمن أو ما يقوم مقامهما، ومقدار مفروض إمّا من جنس الثمن أو من جنس المثمن، والمطلوب هو ما نصيب المقدار المفروض من الجنس الآخر، والطريق في وجوده أن تضرب المقدار المفروض في المقدار المخالف له في الجنس ثم تقسم ما لجميع العدد الموافق له في الجنس فما خرج هو المطلوب، وكل ما يُتعامل به فهو إما مكيال أو مزروع أو موزون أو مقدر بالزمان أو مقدر بالعدد فقط" (ابن الهيثم، ت.بعد 1040م، ص 183 ظ - 183 و).

من قراءة كتاب ابن الهيثم نستطيع أن نقول أنّ كتب حساب المعاملات تستخدم الأعداد لفظيا، العمليات المستعملة الضرب والقسمة والنسبة على الصحاح والكسور مع ذكر الطرق الإختصارية، ويستخدم بالتالي حسابا ذهنيا كما مثيلاتها في الشرق الإسلامي، مسائله تُحل فقط باستخدام الرابع المتناسب، لهذا ربما تخلو طريقة التناسب في حل المسائل في كتب الحساب الهندي في الغرب الإسلامي في ذلك الوقت، فمثلا عند ابن الياسمين في كتابه **التلقيح** وعند الحصّار في كتابه **البيان والتذكار** يستخدمان الكفات ومخارج الكسور والجبر والمقابلة لحلول المسائل. لاحقا ومع تطور الحساب ادخل عليه الحساب على الجذور، وهو ما يمكن استنتاجه من قول ابن خلدون: "والحساب يكون فيها على المجهول والمعلوم والكسر والصحيح والجذور وغيرها"، فهو تطور على ما يبدو كما تطور في الشرق الإسلامي.

الحساب الذهني: هذا المصطلح مع الحساب العقلي هو مصطلح حديث، نستخدمه في الوقت الحاضر للدلالة على نوع من الحساب يجرى ذهنيا، لكنّه لا يظهر كنوع أو تسمية من الحساب في إطار التقليد الرياضي العربي، ولا يظهر في عناويون مؤلفات أو داخل مؤلفات كتب الحساب العربي.

الخاتمة:

أمكن تمييز تسميات الحساب في التقليد الرياضي العربي من خلال أربعة مقاييس فصلت هذه الأنواع هي: 1. عدد العمليات المستخدمة في كل نوع من الحساب، 2. طريقة وكيفية القيام بالعمليات الحسابية من جمع وطرح وضرب وقسمة وتجذير، 3. زمن إدراج هذه التسميات ومصادرها متزامنة مع ولوج موروثات مختلفة إلى الحضارة الإسلامية طوّرت من محتوى كتب الحساب، 4. مناطق استخدام كل نوع.

أول ما استخدم في الحساب في التقليد الرياضي العربي هو حساب اليد، الذي كان منتشرا عند العرب قبل الإسلام بشكل بدائي من خلال عقد الأصابع، مع تطور المعاملات وتوسع رقعة الحضارة الإسلامية ووفود موروثات أخرى خاصة الموروث اليوناني، أُدخل على حساب اليد تعاريف جديدة وطرق اختصارية للحساب استنتجت من خواص العمليات، واتجهت كتب حساب اليد نحو الحساب الذهني أكثر على حساب عقد الأصابع، في العصر العباسي الأول استخدم حساب اليد جنبا إلى جنب مع حساب الجمع والتفريق وبدرجة أقل الحساب الهندي الذي كان في ذلك الوقت وليدا.

تدريجيا يبدو أن حساب الجمع والتفريق ادمج مع أنواع الحساب الأخرى أو تم الاستغناء عنه وأُستعيرت تسميته للدلالة على العمليات الأربع من الحساب أي الجمع والضرب والطرح والقسمة، أمّا حساب اليد فقد انفصل إلى نوعين من الحساب حساب العقود وهو الذي يستخدم طي الأصابع، والنوع الآخر هو الذي يستخدم الذهن وملكة الحفظ فقط، هذا الأخير أصبح له تسميات خاصة تدل عليه هي الحساب المفتوح ثم الحساب الهوائي.

الحساب المفتوح كان مخصوصا بنوع من الحساب والمسائل ومنفصلا عن فروع الحساب الأخرى مثل حساب الخطأين، ولا يحوي خواص الأعداد ولا حساب الجذور، وابتداء من القرن السابع الهجري/ الثالث عشر الميلادي قام على أنقاضه الحساب الهوائي، هذا الأخير زاوج في تعريف العدد بين المراتب والخواص، وخصصّ فصلا لحساب الخطأين وفصلا لإيجاد الأعداد الشكلية يسهل شرحها بجداول خاصة بها وأدرج حساب الجذور والعمليات عليها.

في منطقة الغرب الإسلامي كانت تسمى هذه الأنواع من الحساب حساب المعاملات. لم تعد مصطلحات حساب اليد والمفتوح والهوائي والمعاملات مستخدمة في العصر الحديث واستخدم مصطلح الحساب الذهني للدلالة عليها ومازال مستخدما ضمنيا في عصرنا الحالي.

في جانب آخر تطور الحساب الهندي الذي دخل في التقليد الرياضي العربي ابتداء من العصر العباسي الأول، وعالج مسائل وسهّل الحسابات خصوصا في حالة الأعداد الكبيرة وبه تطور الحساب العشري، انقسم الى نوعين نوع خاص بالحساب التجريدي النظري ونوع آخر عملي تطبيقي يحوي المسائل، بقي الحساب الهندي ينمو ويتطور ليصبح سائداً في زماننا.

من هذه الدراسة يمكن أن نستنتج أنّ الحساب العربي لا ينقسم إلى حساب هندي وحساب اليد كما تفعل ذلك معظم المراجع والمؤلفات المهتمة بالحساب العربي، فحساب اليد نوع من أنواع الحساب كان مستخدما كتعبير ومصطلح في فترة معينة فقط وفي مناطق محدودة، مع الزمن والتطور واختلاف المناطق الجغرافية طرأت على هذا النوع من الحساب تغييرات في التسمية والمفهوم والمحتوى.

قائمة المراجع

المراجع العربية

- ابن فلوس المارديني (ت. 637هـ/1239م)، إرشاد الحسّاب في المفتوح من علم الحساب، مخطوطة مكتبة برلين رقم Lbg. 199، من مجموع يحتل، الصفحات 73-87.

– ابن فلوس المارديني (ت. 637هـ/1239م)، كتاب أعداد الأسرار في أسرار الأعداد، مخطوطة مكتبة برلين رقم Lbg.199، من مجموع يحتل الصفحات 36-71.

– ابن يحيى السموؤل المغربي (ت.570ه/1174 م)، التبصرة في علم الحساب. مخطوط مكتبة برلين رقم Glaser 40.

– أبو العباس ابن خلكان (1977)، وفيات الأعيان وأنباء أبناء الزمان (المجلد 5)، تحقيق: إحسان عباس، بيروت، دار صابر.

– أبو القاسم صاعد الأندلسي (1912)، كتاب طبقات الأمم، تحقيق: لويس شيخو اليسوعي، بيروت، مجلة المشرق.
– أبو الوفا البوزجاني (1971)، كتاب المنازل السبعة، علم الحساب العربي، تحقيق: أحمد سليم سعيدان، عمان، جمعية عمال المطابع التعاونية.
– أحمد بن إراهيم الأقليديسي. (1984). الفصول في الحساب الهندي (الإصدار 2). (تحقيق، أحمد سليم سعيدان) حلب: منشورات جامعة حلب.
– أحمد سليم سعيدان (2005)، الرياضيات والعلوم الفيزيائية: الأعداد وعلم الحساب (الإصدار 2، المجلد 2)، إشراف: راشد رشدي، وريجيس مورلون) بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية.
– أحمد طاشكبري زاده (1985)، مفتاح السعادة ومصباح السيادة في موضوعات العلوم، بيروت، دار الكتب العلمية.
– أسامة تامر النقشبندي، و محمد عباس ظمياء (1980)، مخطوطات الحساب والهندسة والجبر في مكتبة المتحف العراقي، العراق، وزارة الثقافة والإعلام،المؤسسة العامة للآثار والتراث.
– اسحاق ابن النديم (ق. 4هـ/10م)، كتاب الفهرست، تحقيق: رضا تجدد المازنداني، الحقوق محفوظة للمحقق.
– اسحاق بن يوسف الصردفي (ت. 500هـ/1107م)، كتاب مختصر الهندي. مخطوط مكتبة برلين رقم Glas. 103، من مجموع يحتل الصفحات 188-256.
– التهامي زمولي (1993)، الأعمال الرياضية لابن الياسمين، أطروحة لنيل شهادة الماجستير في تاريخ الرياضيات، القبة، المدرسة العليا للأساتذة.
– الحسن ابن الهيثم (ت. بعد 1040م)، حساب المعاملات، مخطوط مكتبة برلين، رقم Ms. Or Oct. 2970.
– الحسين ابن سينا (1975)، الشفاء: الفن الثاني في الرياضيات الحساب، تحقيق ومراجعة: إبراهيم بيومى مدكور، وعبد الحميد لطفى مظهر) الاسكندرية، الهيئة المصرية العامة للكتاب.
– أمين الدين الأبهري (ت. 733هـ/1336م)، فصول كافية في حساب التخت والميل، مخطوط مكتبة برلين، رقم Lbg.199، من مجموع يحتل الصفحات 89 – 115.
– جلال الدين السيوطي (ت.911هـ/1505م)، نظم الأعيان في أعيان الأعيان (المجلد 1)، تحقيق: فيليب حتي، بيروت، المكتبة العلمية.
– خليفة حاجي (ت. 1068هـ/1657م)، كشف الظنون (المجلد 2)، لبنان، مؤسسة التاريخ العربي.
– راشد رشدي. (2010)، رياضيات الخوارزمي، تأسيس علم الجبر، بيروت، مركز دراسات الوحدة العربية.
– شجاع بن أسلم أبو كامل (1986)، كتاب في الجبر والمقابلة، فرانكفورت، معهد تاريخ العلوم العربية والإسلامية.
– شمس الدين ابن الأكفاني السنجاري (1322 هـ)، إرشاد الطالب إلى أسنى المقاصد، تحقيق: أسعد بك حيدر، و محمد سليم الأمدي، بيروت.
– شهاب الدين ابن هائم (ت.815 هـ)، المعونة، مخطوط مكتبة برلين، رقم Pm. 124.
– عبد الرحمن ابن خلدون (2004)، مقدمة ابن خلدون، تحقيق: عبد الله محمد الدرويش، دمشق، دار البلخي، مكتبة الهداية.
– عبد القاهر البغدادي (1985)، التكملة في الحساب (الإصدار 1)، تحقيق: أحمد سليم سعيدان، الكويت، معهد المخطوطات العربية، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم.
– عثمان ابن الملك الدمشقي (ق. 10-11هـ/16-17م)، الاسعاف الأتم بحساب القلم، مخطوطات جامعة الرياض، قسم المخطوطات، رقم 301.
– عز الدين الزنجاني (ت.660 هـ/1262 م)، رسالة كافية في علم الحساب، مخطوط مكتبة الإسكوريال، رقم 973.
– علي بن يوسف القفطي (2005)، إخبار العلماء بأخبار الحكماء، تحقيق: إبراهيم شمس الدين، بيروت، دار الكتب العلمية.
– صالح زكي (1864-1921) عاش في اسطمبول العثمانية، هو مؤسس الرياضيات والفيزياء وأدوات الفلك بجامعة اسطمبول، صاحب كتاب آثار باقية.
– فهرس مكتبة برلين (المجلد 5).

– قاسم بن أحمد السامرائي (2001)، الأرقام في المشرق عربية النِّجار وفي الغرب الأوروبي سنسكريتية هندية الدِّثار، دورة تدريبية، صناعة المخطوط العربي الإسلامي من الترميم إلى التجليدالعربي، دبي، مركز جمعة الماجد للثقافة والتراث.
– قدري حافظ طوقان (2018)، تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك، الجيزة، وكالة الصحافة العربية.
– كوشيار بن لبان الجيلي (ق.10 م)، أصول حساب الهند، مخطوط مكتبة أيا صوفيا، رقم 7/4857.
– مجهول (بلا تاريخ)، مجهول، مخطوط مكتبة برلين، رقم Glaser 25.
– محمد أبو بكر الحصّار (ق. 6هـ/12م)، البيان والتذكار في صنعة عمل الغبار، مخطوط جامعة بينسالفانيا، Bibliotheca Schoenbergensis، رقم Ljs. 293.
– محمد أبو عياشة البيومي الدمنهوري (1416هـ)، منهج السالك، تحقيق: صالح بن غائم السدلان، السعودية، دار بلنسية للنشر والتوزيع.
– نجم الدين ديبيران الكاتبي القزويني (675 هـ/1276م)، رسالة في الحساب الهوائي، مكتبة كتابخانة مجلس شوراي ملى، رقم 20/6557، من مجموع يحتل الصفحات 22-29.
– نصير الدين الطوسي (ت.673هـ/1274م)، جوامع الحساب بالتخت والتراب، مخطوط مكتبة أحمد الثالث، رقم 2/5542.

المراجع باللغة الأجنبية

– Djebbar, A. (2016, Jul), Les mathématiques dans l'espace méditerranéen: l'exemple d'al-Andalus et du Maghreb, (Hal-01349234, Éd) History and Pedagogy of Mathematics.
– Ifrah, G. (2000), The universal history of Numbers, New York, John Wiley and Sons, Inc.

الهوامش:

[1]– صالح زكي (1864-1921) عاش في إسطنبول العثمانية، هو مؤسس الرياضيات والفيزياء وأدوات الفلك بجامعة إسطنبول، صاحب كتاب **آثار باقية**.